

第四章微波諧振腔

4.1 概述

諧振腔是在微波頻率下工作的諧振元件，它是一個任意形狀的由導電壁（或導磁壁）包圍的，並能在其中形成電磁振盪的介質區域，它具有儲存電磁能及選擇一定頻率信號的特性。和低頻LC振盪迴路相似，它在微波技術中有廣泛的應用。如在各種微波振盪器中用它作為能量交換和選頻元件，在微波倍頻和放大器中用作選頻元件，微波諧振腔還可直接構成微波波長計，微波濾波器用於微波測量和微波通訊中。高Q諧振腔在雷達設備中用作回波箱，用以檢測雷達發射和接收系統的性能等。

一、諧振腔中振盪的物理過程

隨著工作頻率的升高，如同用分佈參數取代集中參數電路一樣，集中參數的LC諧振迴路，由於輻射損耗，導體及介質損耗隨頻率的升高而增加，而L，C的數值卻隨之減少，以致難於保證其選頻的特性。到了微波波段，它勢必為諧振腔取代。在LC諧振迴路中，電能 W_e 儲存在電容器中，磁能 W_m 儲存在電感中，由於電容上電壓 V_c 及電感中的電流 I_L 隨時間變化有 $\pi/2$ 的相位差，因此，諧振的過程就是電磁能在L，C中互相轉換的過程。當 V_c 和 W_e 為最大時， I_L 和 W_m 為零，反之，當 I_L 和 W_m 最大時， V_c 和 W_e 為零。

二、諧振腔的分類和分析方法

隨著微波技術的發展和應用的廣泛，微波諧振腔的形式也多種多樣，結構各異，通常按其構成原理分二大類。一類是傳輸線型，諧振腔由一段規則傳輸線構成，如圓柱形腔、矩形腔、同軸線腔、介質腔及微帶腔等等。這一類腔的分析方法，或採用電磁場理論求解邊值問題的方法，或利用規則波導傳輸線中已經求得的相應波導的電磁場分佈（不同的波型），再加上其兩端的邊界條件，求出諧振腔的基本參數和場結構。另一類是非傳輸線型諧振腔，如反射速調管中的重入式腔（或稱環形腔），磁控管振盪器中的多瓣腔等。這類諧振腔通常是利用等效電路的方法，將腔體的各部分分別等效為集中參數元件或傳輸線段，然後再按低頻電路或微帶傳輸線計算等效電容的方法求出腔的基本參數。

本章主要討論傳輸線型的具有簡單形狀的諧振腔，其它型式的腔只作簡單介紹。然後，將介紹一種微擾法應用於諧振腔，以研究腔體的微小變形對諧振頻率的影響，它不僅對加深諧振腔的理解有幫助，而且在諧振腔的設計和調試中也有實際的應用。最後，對腔的激勵和耦合作簡要的介紹。

4.2 微波諧振腔的基本參數

LC諧振迴路的基本參數是電感L，電容C和電阻R（或電導G）。為便於測量和分析，通常採用諧振頻率（或諧振波長）、品質因數及等效電導作為它的基本參數。

$$f_0, \lambda_0, Q, G_0$$

下面分別從場及能量的觀點對它們進行討論。

一、諧振頻率 f_0 （或諧振波長 λ_0 ） 諧振頻率描述電磁能量在諧振腔中的運動規律。它是指在諧振腔中激起的電磁振盪的工作頻率（或工作波長）。求解諧振頻率的方法如下：（1）場的方法--它是普遍的方法，是從求解諧振腔的電磁場邊值問題入手，導出諧振頻率或波長。從電磁場理論可知，在自由空間中，電磁場滿足的波動方程及邊界條件為

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} &= 0 & \vec{n} \times \vec{E} &= 0 \\ \nabla^2 \vec{H} + k^2 \vec{H} &= 0 & \vec{n} \times \vec{H} &= 0 \end{aligned} \quad (4.2-1)$$

式中， $k^2 = \omega^2 \mu \epsilon = k_0^2 - \gamma^2$ ， $k_0^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0$ ， μ, ϵ 為諧振腔中介質參數， $\vec{n}$ 是由腔壁導體指向外的法向單位矢量， k 是與諧振腔的幾何形狀、尺寸及波型有關的數值。在諧振腔內滿足式（4.2-1）的電磁場對應於一系列的確定的 k_n 值（稱為本徵值）。即

$$k_z = \omega_{0z} \sqrt{\mu\epsilon}$$

或

$$f_{0z} = \frac{k_z}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (4.2-2)$$

求出了本徵值 k_z 後,諧振腔的諧振頻率 f_{0z} 即可由式(4.2-2)求出。在微波諧振腔中也存在著具有相同諧振頻率而場結構不同的電磁振盪,一般稱為簡併振盪,這是不希望出現的。對於兩端由良導體封閉的空氣填充的規則波導傳輸線構成的諧振腔,產生振盪的條件是腔內形成穩定的駐波,這時,腔兩端壁間的距離 l 應等於駐波波節間距 $\lambda_g/2$ 的整數倍,即

$$l = p \frac{\lambda_g}{2}, (p = 1, 2, 3, \dots)$$

上式表明,在一定的腔體尺寸下,只有那些在腔中滿足一定駐波分佈的電磁振盪才能存在,而它們的波導波長 l 由腔的截面形狀和尺寸所決定,即

$$\lambda_g = \frac{2l}{p}$$

該電磁振盪所對應的波長稱為諧振波長 λ_0 。對於非色散波(TEM波),因為 $\lambda_g = \lambda_0$,故有

$$\lambda_0 = \frac{2l}{p} \quad (4.2-3)$$

對於色散波(如TE,TM波),因為

$$\lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_c}\right)^2}}$$

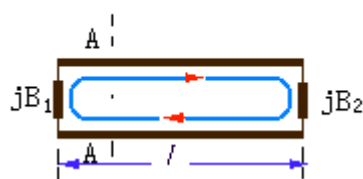
故有

$$\lambda_0 = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{\lambda_c}\right)^2 + \left(\frac{p}{2l}\right)^2}} \quad (4.2-4)$$

相應的諧振頻率可由 $f_0 = \frac{v_c}{\lambda_0}$ 的關係求出。

(2) 等效電路法

對於幾何形狀較複雜的諧振腔,常採用等效電路法求諧振頻率。等效電路法又可分為相位法和電納法兩種。



相位法---對於用一段傳輸線且其兩端分別接有等效負載 B_1, B_2 構成的諧振腔,可用相為法求諧振頻率,其等效電路圖

如圖(4-1)所示。

設諧振腔中某截面AA處的場為 $E_1 = E_0 e^{j\varphi}$ ，式中， φ 為初相位。該波在傳輸線內運行並經兩端反射後回到AA處的場為

$$E_2 = E_0 e^{j(\varphi + 2\beta l + \varphi_1 + \varphi_2)}$$

當 E_1 和 E_2 的相位差為 $2n\pi$ (同相位) 時，兩波疊加。因此振盪條件為

$$2\beta l + \varphi_1 + \varphi_2 = 2n\pi, (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$$

對非色散波，

對色散波， $\beta = \frac{2\pi}{\lambda_g}$ ， λ_g 為波導波長。電納法--所謂電納法，是將諧振腔等效為集中參數LC迴路，由LC諧振迴路的特性，可知

在諧振頻率 $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ 條件下，其總電納為零。

$$\sum B_i(f_0) = 0$$

由上式便可求出諧振頻率 f_0 。

二、品質因數Q品質因數是描述諧振系統頻率選擇性的優劣及電磁能量損耗程度的一個物理量。它定義為

$$Q_0 = 2\pi \frac{W}{W_T} = 2\pi \frac{W}{P_i T} = \omega_0 \frac{W}{P_i} \quad (4.2-5)$$

其中 P_i 為腔的平均損耗功率，腔內儲能是電能和磁能之和，當磁能最大時，電能為零，反之亦然。因此，儲能 W 可表示為

$$W = \frac{1}{2} \mu \int_V |\dot{H}|^2 dV = \frac{1}{2} \varepsilon \int_V |\dot{E}|^2 dV \quad (4.2-6)$$

式中 V 為腔的體積， μ 和 ε 為腔所填介質的介質常數。當只考慮導體損耗時，腔的平均損耗功率為

$$P_i = P_c = \frac{1}{2} \oint_S R_s |J_s|^2 dS = \frac{1}{2} R_s \oint_S |H_t|^2 dS \quad (4.2-7)$$

式中 S 為腔內表面的面積， $\vec{J}_s$ 為腔的表面電流密度，而 R_s 是表面電阻率， $\vec{H}_t$ 為腔內表面的切向磁場。

因為 $R_s = \frac{1}{\delta \sigma}$ 和趨膚深度 $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega_0 \sigma_c \mu_c}}$ ，對非磁性材料， $\mu_c = \mu = \mu_0$ 這樣，式(4.2-5)化為

$$Q_0 = \frac{\omega_0 \mu \int_V |\dot{H}|^2 dV}{R_s \oint_S |H_t|^2 dS} \quad (4.2-8)$$

如果腔中充滿介質(如介質腔)，則除導體損耗外還存在介質損耗，設介質的電導率為 σ_d ，則腔內的介質損耗功率 P_d 為

$$P_d = \frac{1}{2} \sigma_d \int_V |\dot{E}|^2 dV \quad (4.2-9)$$

因此，若僅考慮介質損耗時，腔的品質因素 Q_d 為：

$$Q_d = \omega_0 \frac{W}{P_d} = \omega_0 \frac{\varepsilon}{\sigma_d} = \frac{1}{\tan \delta} \quad (4.2-10)$$

式中， $\tan \delta = \frac{\sigma_d}{\omega_0 \varepsilon}$ 為介質損耗角正切，是表徵介質材料損耗程度的一個參量，它等於傳導電流與位移電流的比值。

當腔體中同時存在導體和介質損耗時，腔的 Q_0 值：

$$Q_0 = \omega_0 \frac{W}{P_i} = \omega_0 \frac{W}{P_c + P_d} = \frac{1}{1/Q_c + 1/Q_d} = \frac{Q_c Q_d}{Q_c + Q_d} \quad (4.2-11)$$

若腔內的能量不僅消耗在腔內，而且也有一部分能量耦合出來，消耗在負載上。這時

$$P_i = P_0 + P_e$$

式中 P_0 是諧振腔內部的損耗（如導體、介質損耗）， P_e 是從腔內通過某種方式耦合到外界（負載）的功率。

有負載時的品質因素稱為有載品質因素 Q_i ，它可表示為

$$Q_i = \frac{\omega_0 W}{P_i} = \frac{\omega_0 W}{P_0 + P_e} = \frac{Q_0 Q_e}{Q_0 + Q_e} \quad (4.2-12)$$

$$\text{或 } \frac{1}{Q_i} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_e} \quad (4.2-13)$$

式中， Q_0 為諧振腔固有品質因素， $Q_e = \frac{\omega_0 W}{P_e}$ 稱外界品質因素。為了描述諧振腔與外界耦合的強弱，工程上常常使用耦合係數 β 定義：

$$\beta = \frac{Q_0}{Q_e} \quad (4.2-14)$$

當 $\beta < 1$ 時稱欠耦合（或弱耦合）； $\beta > 1$ 時稱過耦合（或強耦合）； $\beta = 1$ 則稱臨界耦合。將式(4.2-14)代入式(4.2-13)，可得

$$Q_0 = (1 + \beta) Q_i \quad (4.2-15)$$

三、等效電導 G_0

諧振腔的等效電導 G_0 是腔中有功損耗的度量。它將諧振腔等效為集總參數諧振迴路而得到的一個參數。

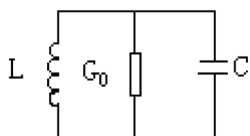


圖 4-2

如圖(4-2)所示，把諧振腔等效為並聯諧振迴路。設加於諧振迴路上的電壓幅值 U_m ，則諧振迴路的損耗功率 P_i 為：

$$P_i = \frac{1}{2} G_0 U_m^2$$

故等效電導 G_0 為

$$G_0 = \frac{2P_i}{U_m^2} \quad (4.2-16)$$

式中 P_i 可按式(4.2-7)及式(4.2-9)計算;與波導傳輸線一樣,諧振腔中的"電壓"計算與積分路徑有關,即電壓不是單值的等效電路也是不確定的.若設法選定了A,B兩點間積分路徑,則此兩點間的等效電壓為

$$U_m = \int_A^B \vec{E}_x \cdot d\vec{l}$$

將式(4.2-7)及上式代入(4.2-16),可求得 G_0 的表達式為:

$$G_0 = \frac{R_s \oint_S |\vec{H}_t|^2 dS}{(\int_A^B \vec{E}_x \cdot d\vec{l})^2} = \sqrt{\frac{\mu_0}{2\sigma}} \frac{\oint_S |\vec{H}_t|^2 dS}{(\int_A^B \vec{E}_x \cdot d\vec{l})^2} \quad (4.2-17)$$

綜上所述,只要求得諧振腔的基本參數 f_0, Q_0 及 G_0 , 就可求得等效電路的有關參數,反之亦然.此外,還應指出,對同一諧振腔,當振盪模式不同時, f_0, Q_0 和 G_0 的數值也不同.

4.3 矩形諧振腔

矩形諧振腔是由一段兩端用導體板封閉的矩形波導構成的.如圖4-3所示.它的腔體尺寸為 $a \times b \times l$. 下面討論矩形諧振腔的特性.

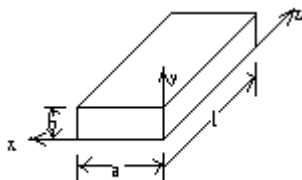


圖 4-3

一、電磁場分量及振盪模式

矩形腔中電磁振盪可看成是波導中的波在兩端壁來回反射形成穩定的駐波。因此求解腔中場結構,可利用矩形波導中電磁場表達式再加上兩端壁的邊界條件求出。顯然,在矩形腔中也應有TE和TM兩種振盪模式。

1. TE型振盪模式

對於TE型波, $E_z = 0, H_z \neq 0$. 考慮無損耗情況(傳輸常數 $\gamma = j\beta$), H_z 的表達式應考慮沿+z和-z兩個方向傳輸波的疊加. 據此, H_z 可寫成:

$$H_z = H_0^+ \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-j\beta z} + H_0^- \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{j\beta z} \quad (4.3-1)$$

該合成波的場應滿足兩端壁導體邊界條件:

$$\text{當 } z = 0 \text{ 時, } H_z = 0 \quad (4.3-2a)$$

當時, (4.3-2b) $z=l$ $H_z = 0$

由邊界條件(4.3-2a)可得:

$$H_0^+ = -H_0^- = H_0 \quad (4.3-3)$$

由邊界條件(4.3-2a)式,可得:

$$(e^{-j\beta l} - e^{j\beta l}) = 2j \sin \beta l = 0$$

故有

$$\beta = \frac{p\pi}{l}, (p = 1, 2, 3, \dots) \quad (4.3-4)$$

將式(4.3-3)及(4.3-4)代入(4.3-1)式,可得:

$$H_z = -j2H_0 \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{l}z\right) \quad (4.3-5)$$

參照矩形波導場表示式,可得TE振盪模的場分量表示式為:

$$\left. \begin{aligned} H_z &= -j2H_0 \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{l}z\right) \\ H_x &= j\frac{2}{k_c^2}\left(\frac{m\pi}{a}\right)\left(\frac{p\pi}{l}\right)H_0 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cos\left(\frac{p\pi}{l}z\right) \\ H_y &= j\frac{2}{k_c^2}\left(\frac{n\pi}{b}\right)\left(\frac{p\pi}{l}\right)H_0 \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cos\left(\frac{p\pi}{l}z\right) \\ E_x &= \frac{2\omega\mu}{k_c^2}\left(\frac{n\pi}{b}\right)H_0 \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{l}z\right) \\ E_y &= -\frac{2\omega\mu}{k_c^2}\left(\frac{m\pi}{a}\right)H_0 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{l}z\right) \\ E_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.3-6)$$

式中

$$k_c^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \quad (4.3-7)$$

對於不同的m,n,p值,它們有不同的場結構,分別對應於不同的振盪模式,記作 TE_{mnp} 模。

2. TM型振盪模式

對於TM, $H_z = 0, E_z \neq 0$;用完全一樣的方法,可求出 TM_{mnp} 振盪模場分量表示式為:

$$\left. \begin{aligned} E_x &= -\frac{2}{k_c^2} \left(\frac{m\pi}{a} \right) \left(\frac{p\pi}{l} \right) E_0 \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{l} z\right) \\ E_y &= -\frac{2}{k_c^2} \left(\frac{n\pi}{b} \right) \left(\frac{p\pi}{l} \right) E_0 \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{l} z\right) \\ E_z &= 2E_0 \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) \cos\left(\frac{p\pi}{l} z\right) \\ H_x &= j \frac{2\omega\epsilon}{k_c^2} \left(\frac{n\pi}{b} \right) E_0 \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right) \cos\left(\frac{p\pi}{l} z\right) \\ H_y &= -j \frac{2\omega\epsilon}{k_c^2} \left(\frac{m\pi}{a} \right) E_0 \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) \cos\left(\frac{p\pi}{l} z\right) \\ H_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.3-8)$$

從上面的表示式可知,矩形諧振腔中可以存在無窮多個振盪模式 TE_{mnp} 及 TM_{mnp} 模,其中對 TE_{mnp} 模, m,n 中只能有一個為零,但 p 不能為零,對 TM_{mnp} 模, m,n 都不能為零,但 p 可以為零。下標 m,n,p 為整數,分別表示沿 x,y,z 方向變化的駐波數目

二、矩形諧振腔的基本參數

1. 諧振波長 λ_0 為

由於矩形波導的截止波長 λ_c 為

$$\lambda_c = \frac{2\pi}{k_c} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}$$

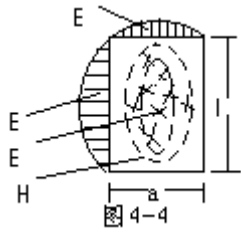
代入式(4.2-4),可得矩形諧振腔的諧振波長為

$$(\lambda_c)_{mnp} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2}} \quad (4.3-9)$$

通常,最低振盪模式 TE_{101} (H_{101}) 稱為基模,當 $b < a < l$ 時,其振盪頻率最低,其它模式乾擾最小,調諧範圍最寬,場結構也比較簡單穩定。令 $m = p = 1, n = 0$,由(4.3-6)式,可得 TE_{101} 模場分量:

$$\begin{aligned} H_x &= j 2 \frac{a}{l} H_0 \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{\pi}{l} z\right) \\ H_z &= -j 2 H_0 \cos\left(\frac{\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{\pi}{l} z\right) \\ E_y &= -\frac{2\omega_0 \mu a}{\pi} H_0 \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{\pi}{l} z\right) \\ E_x &= E_z = H_y = 0 \end{aligned} \quad (4.3-10)$$

根據(4.3-10)式,可畫出 TE_{101} 模的場結構如圖(4-4)所示



TE_{101} 的諧振波長 λ_0 為

$$(\lambda_0)_{TE_{101}} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{l}\right)^2}} \quad (4.3-11)$$

2. 固有品質因素 Q_0

將有關模式的場分量代入(4.2-8)式,便可求出 Q_0 值,現以 TE_{101} 振盪模為例進行具體計算.可得

$$\oint_S |H_t|^2 dS = \frac{2H_0^2}{l^2} [2b(a^3 + l^3) + al(a^2 + l^2)] \quad (4.3-13)$$

將(4.3-12)式及(4.3-13)使代入(4.3-8)式,可得

$$Q_0 |_{TE_{101}} = \frac{abl}{\delta} \cdot \frac{a^2 + l^2}{2b(a^3 + l^3) + al(a^2 + l^2)} \quad (4.3-14)$$

對於立方腔, $a = b = l$, 由式(4.3-9)得 $\lambda_0 = \sqrt{2}a$, 式(4.3-14)可簡化為

$$Q_0 |_{TE_{101}} = \frac{a}{3\delta} = 0.236 \frac{\lambda_0}{\delta} \quad (4.3-15)$$

在實際的應用中,由於製作腔體的導體材料不同,常採用“波形因素”來表徵諧振腔的性質,它定義為 $\frac{Q_0 \delta}{\lambda_0}$, 對於

TE_{101} 振盪模, 不難算出

$$\frac{Q_0 \delta}{\lambda_0} = \frac{abl}{2} \cdot \frac{(1/a^2 + 1/l^2)^{3/2}}{(1/a^2)l(a + 2b) + (1/l^2)a(a + 2b)} \quad (4.3-16)$$

3. 等效電導 G_0

如前所述,等效電導與等效電壓的積分路徑有關,對於 TE_{101} 模的等效電導 G_0 可按(4.2-7)式計算.如選擇腔的頂壁的中心(即

$x = \frac{a}{2}, z = \frac{l}{2}$)兩點作為電壓的計算點,並取 y 軸方向為積分路徑,可求得:

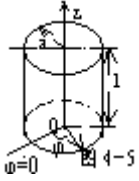
$$U_m^2 = \frac{4b^2(a^2 + l^2)}{l^2} H_0^2 \quad (4.3-17)$$

式中 $\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ 是腔介質的波阻抗,將式(4.3-13)及式(4.3-17)代入(4.2-17)式,可得

$$G_0 = \frac{R_s}{\eta^2} \frac{2b(a^3 + b^3) + al(a^2 + b^2)}{2b^2(a^2 + l^2)} = \frac{al}{2b\sigma_c \delta^2 \eta^2} \bullet \frac{1}{Q_0} \quad (4.3-18)$$

4.4 圓柱形諧振腔

圓柱形諧振腔是由一段圓形波導兩端用導體板封閉構成的，如圖4-5所示。它的半徑為 a ，長度為 l 。它的計算方法和矩形腔相似，可以利用圓形波導中的結果。



一、振盪模式和諧振波長圓柱形腔的振盪模式，相應於圓波導中TE和TM波型。像矩形腔一樣，圓柱腔中同樣存在和兩類振盪模式，其電磁場分量分別為：

$$\left. \begin{aligned} & TE_{mp} \quad TM_{mp} \\ & TE_{mp} \text{ 模:} \\ & H_r = -j \frac{2}{k_c} \left(\frac{p\pi}{l} \right) H_0 J'_m(k_c r) \frac{\cos mp}{\sin mp} \cos\left(\frac{p\pi}{l} z\right) \\ & H_\phi = \pm j \frac{2m}{k_c^2 r} \left(\frac{p\pi}{l} \right) H_0 J_m(k_c r) \frac{\sin mp}{\cos mp} \cos\left(\frac{p\pi}{l} z\right) \\ & H_z = -j 2 H_0 J_m(k_c r) \frac{\cos mp}{\sin mp} \sin\left(\frac{p\pi}{l} z\right) \\ & E_r = \pm \frac{2m\omega\mu}{k_c^2 r} H_0 J_m(k_c r) \frac{\sin mp}{\cos mp} \sin\left(\frac{p\pi}{l} z\right) \\ & E_\phi = \frac{2\omega\mu}{k_c} H_0 J'_m(k_c r) \frac{\cos mp}{\sin mp} \sin\left(\frac{p\pi}{l} z\right) \\ & E_z = 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.4-1)$$

式中 $m=0,1,2,\dots$; $n=1,2,3,\dots$; $p=1,2,3,\dots$

$$\left. \begin{aligned} & TM_{mp} \text{ 模:} \\ & E_r = -\frac{2}{k_c} \left(\frac{p\pi}{l} \right) E_0 J'_m(k_c r) \frac{\cos mp}{\sin mp} \sin\left(\frac{p\pi}{l} z\right) \\ & E_\phi = \pm \frac{2m}{k_c^2 r} \left(\frac{p\pi}{l} \right) E_0 J_m(k_c r) \frac{\sin mp}{\cos mp} \sin\left(\frac{p\pi}{l} z\right) \\ & E_z = 2 E_0 J_m(k_c r) \frac{\cos mp}{\sin mp} \cos\left(\frac{p\pi}{l} z\right) \\ & H_r = \pm j \frac{2m\omega E}{k_c^2 r} E_0 J_m(k_c r) \frac{\sin mp}{\cos mp} \cos\left(\frac{p\pi}{l} z\right) \\ & H_\phi = -j \frac{2\omega E}{k_c} H_0 J'_m(k_c r) \frac{\cos mp}{\sin mp} \cos\left(\frac{p\pi}{l} z\right) \\ & H_z = 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.4-2)$$

式中 $m=0,1,2,\dots; n=1,2,3,\dots; p=1,2,3,\dots$

根據諧振波長和頻率的計算式(4.2-4),因為TE波的截止波長 $\lambda_c = \frac{2\pi a}{\mu_{mn}}$,TM波的 $\lambda_c = \frac{2\pi a}{\nu_{mn}}$,不難求出圓柱腔的諧振波長和頻率為:

TE_{mp} 模:

$$\lambda_0 = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{\mu'_{mn}}{\pi a}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2}}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{\mu'_{mn}}{\pi a}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2} \quad (4.4-3)$$

TM_{mp} 模:

$$\lambda_0 = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{\nu'_{mn}}{\pi a}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2}}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{\nu'_{mn}}{\pi a}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2} \quad (4.4-4)$$

二、圓柱形腔的三種實用的振盪模

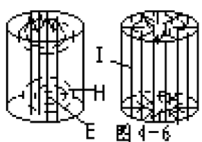
在圓柱形諧振腔的各種模式中， TM_{010} 、 TE_{011} 和 TE_{111} 三種模式最有實用價值。下面對它們分別進行討論。

1. TM_{010} 模

由(4.4-2),令 $m=0, n=1, p=0$,便可得到 TM_{010} 模的場分量表示式:

$$\left. \begin{aligned} E_z &= 2E_0 J_0\left(\frac{\nu_{01}}{a} r\right) \\ H_\phi &= -j \frac{2a\omega\epsilon}{\nu_{01}} E_0 J_0\left(\frac{\nu_{01}}{a} r\right) = j \frac{2E_0}{\eta} J_1\left(\frac{\nu_{01}}{a} r\right) \\ E_r &= E_\phi = H_r = H_z = 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.4-5)$$

式中, $\nu_{01} = 2.405, \eta = \sqrt{\mu/\epsilon}$ 腔壁上電流分佈由 $\vec{J} = \vec{n} \times \vec{H}$ 求出,其場結構及電流分佈如圖4-6所示。



TM_{010} 模的諧振波長,由(4.4-4)式可得

$$\lambda_0 |_{TM_{010}} = \frac{2\pi a}{\nu_{01}} = 2.62a \quad (4.4-6)$$

TM_{010} 模的品質因素 Q_0 的計算,由矩形腔計算 Q_0 的方法,由(4.2-8)式,可求得

$$Q_0|_{TM_{010}} = \frac{1}{\delta} \frac{a}{1+a/l} \quad (4.4-7)$$

2. TE_{011} 模

因為圓形波導中的 TE_{01} 型波具有低損耗的特點, 因此, 圓柱形諧振腔中的 TE_{011} 模也具有低損耗、高Q值的特性。

由(4.4-1)式, 令 $m=0$, $n=1$, $p=1$, 便可得到 TE_{011} 模的場量表示式:

$$\left. \begin{aligned} H_r &= -j2H_0 \left(\frac{a}{\mu_{01}} \right) \left(\frac{\pi}{l} \right) J_0' \left(\frac{\mu_{01}}{a} r \right) \cos \frac{\pi}{l} z \\ H_z &= -j2H_0 J_0 \left(\frac{\mu_{01}}{a} r \right) \sin \frac{\pi}{l} z \\ E_r &= \frac{2a\omega\mu}{u_{01}} H_0 J_0 \left(\frac{\mu_{01}}{a} r \right) \sin \frac{\pi}{l} z \end{aligned} \right\} \quad (4.4-8)$$

H_{011} 的場結構及腔壁電流分佈如圖4-7所示。

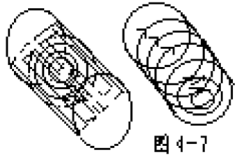


圖 4-7

TE_{011} 模的諧振波長為

$$\lambda_0 = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{1.64a} \right)^2 + \left(\frac{1}{2l} \right)^2}} \quad (4.4-9)$$

TE_{011} 模的 Q_0 值, 可由(4.2-8)式計算求得

$$Q_0|_{TE_{011}} = 0.610 \frac{\lambda_0}{\delta} \frac{[1 + 0.168(D/l)^2]^{3/2}}{1 + 0.168(D/l)^3} \quad (4.4-10)$$

當 $p>1$ 時, Q_0 的表示式為:

$$Q_0|_{TE_{01p}} = 0.610 \frac{\lambda_0}{\delta} \frac{[1 + 0.168p^2(D/l)^2]^{3/2}}{1 + 0.168p^2(D/l)^3} \quad (4.4-11)$$

3. TE_{111} 模

TE_{111} 模的場分量, 可從 TE_{mnp} 模中令 $m=1, n=1, p=1$ 代入(4.4-1)式求得, 它除 $E_z = 0$ 外其餘五個分量均不為零。

TE_{111} 模的諧振波長為

$$\lambda_0|_{TE_{111}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{3.41a} \right)^2 + \left(\frac{1}{2l} \right)^2}} \quad (4.4-12)$$

因為 TE_{11} 的 $\lambda_c = 3.41a$, 是圓形波導中最大的截止波長; 而 $p=1$ 是 TE_{mnp} 中 p 的最小取值, 所以, TE_{111} 模是各種 TE_{mnp} 模中最低的振盪模。 TE_{111} 模和 TM_{010} 模的諧振波長相比較, 哪個更長呢? 應該比較(4.4-6)式和(4.4-12)式。當

$$2.62a > \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{3.41a}\right)^2 + \left(\frac{1}{2l}\right)^2}} \quad (4.4-13)$$

解得: $l < 2.1a$ 時, TM_{010} 模比 TE_{111} 模有更長的諧振波長, 或者說, 在此條件下, TM_{010} 模是圓柱形腔中的主模。反之, 當 $l > 2.1a$ 時, TE_{111} 模是圓柱腔中的主模。

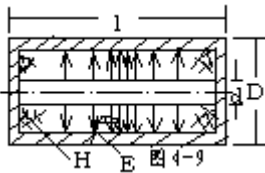
4.5 其它形式的諧振腔

在這一節裡, 我們將介紹以色散波(即TEM波或準TEM波)為主的常用的微波諧振器, 如同軸線諧振腔, 微帶諧振器及重入式諧振腔等。這一類諧振腔, 由於工作於TEM波或準TEM波, 均有工作頻帶寬, 振盪模式簡單和場結構穩定等優點。因此它們均有較廣泛的應用。

一、同軸線諧振腔同軸線諧振腔通常有同軸腔, 同軸腔及電容加載同軸腔三種形式。下面分別加以討論。

$\lambda/2$ $\lambda/4$

1. $\lambda/2$ 同軸腔



$\lambda/2$ 同軸腔是由一段兩端短路的同軸線構成, 其結構如圖4-9所示。為滿足兩端為駐波的電壓節點的邊界條件, 在諧振狀態下, 其腔長 l 應是 $\lambda_0/2$ 的整數倍。

$$l = n \frac{\lambda_0}{2}, (n = 1, 2, 3, \dots)$$

所以, 它的諧振波長為

$$\lambda_0 = \frac{2l}{n} \quad (4.5-1)$$

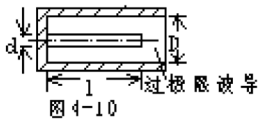
$\lambda/2$ 同軸腔的 Q_0 值, 可由(4.2-6)式計算。同軸腔中工作於TEM模式時, 其電磁場分量為:

$$\begin{aligned} E_r &= -2j \frac{1}{r} E_0 \sin \beta l \\ H_\phi &= \frac{1}{\eta r} E_0 \cos \beta l \end{aligned} \quad (4.5-2)$$

其場結構也示於圖4-9中, 取 $n=1$, $l = \frac{\lambda_0}{2}$, 以式(4.5-2)代入(4.2-6), 注意到計算腔體功率損耗時, 包含有內外導體表面的導體損耗和兩端路端壁的導體損耗。和矩形腔的計算相似, 可得 $\lambda_0/2$ 同軸腔的 Q_0 值為:

$$Q_0 = \frac{D}{\delta} \frac{\ln(D/d)}{1 + D/d + 2(D/d) \ln(D/d)} \quad (4.5-3)$$

2. $\lambda/4$ 同軸腔



$\lambda/4$ 同軸腔由一端短路,另一端開路的同軸線段構成,如圖4-10所示,開路端的實現應用了圓波導中過極限波導的概念,即工作頻段內,選取外導體的內直徑以保證傳輸的電磁波處於截止狀態下.根據兩端邊界條件,短路端電壓反射的相移為 $\varphi_1 = \pi$,開路端的相移為 $\varphi_2 = 0$,由(4.2-5)式得

$$\pi + 2\beta l = 2n\pi$$

而 $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$ 代入上式可得

$$\lambda_0 = \frac{4l}{2n-1}, (n=1, 2, 3, \dots)$$

$$l = \frac{\lambda_0}{4}(2n-1) \quad (4.5-4)$$

即在諧振時,腔長 l 應是 $\lambda_0/4$ 的奇數倍. $\lambda/4$ 同軸腔的 Q_0 值和 $\lambda/2$ 同軸腔的差別是少了一個端面的導體損耗,其值為

$$Q_0 = \frac{D}{\delta} \frac{\ln(D/d)}{1 + D/d + (D/d)\ln(D/d)} \quad (4.5-5)$$

$\lambda/4$ 同軸腔內外導體直徑的選擇原則,是在保證腔能工作於TEM波而不出現高次模,及腔有較高的 Q_0 值外,還要考慮開路端的圓波導應處於截止狀態.為此要求 D 和 d 應同時滿足如下條件:

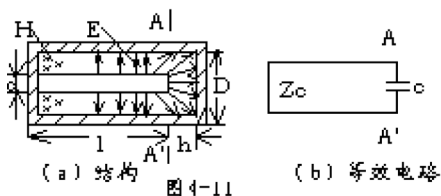
$$\left. \begin{aligned} \frac{\pi}{2}(d+D) < \lambda_{0\min}, 2 \leq \frac{D}{d} < 6 \\ 1.71D < \lambda_{0\min} \end{aligned} \right\} \quad (4.5-6)$$

不等式的第三個條件,是由於 TE_{11} 模是圓波導的最低次模,其截止波長

$$\lambda_c = 3.41d = 1.705D$$

因此, $\lambda/4$ 同軸腔的最短工作波長為 $\lambda_{0\min} > 1.71D$.

3. 電容加載同軸腔



電容加載同軸腔是為適應分米波的工作而總體結構又不太長而提出來的.其結構及等效電路如圖4-11所示.其一端短路,另一端的內導體與封閉的外導體間有一空隙距離 h ,間隙部分看作一集中電容,便得到圖4-11(b)的等效電路.用電納法分析這個等效電路,從AA'面向左看,是一段長為 l 的終端短路同軸線,從AA'向右看是一集中電容 C ,諧振是總電納為零,即

$$\omega_0 C - \frac{1}{Z_0} \cot \beta l = 0 \quad (4.5-7)$$

集中電容 C 由兩部分組成,一部分可看成是內導體(圓截面)與端壁構成的平板電容,其間距為 h ,即

$$C_1 = \frac{\varepsilon \pi d^2}{4h}$$

另一部分是內導體側面與端壁構成的邊緣電容,若設邊緣電力線為 $1/4$ 圓弧,則有:

$$C_2 = \varepsilon \int_{d/2}^{D/2} \frac{2\pi(d/2)}{(\pi/2)r} dr = 2\varepsilon d \ln\left(\frac{D-d}{2h}\right)$$

因此

$$C = C_1 + C_2 = \frac{\varepsilon \pi d^2}{4h} \left[1 + \frac{8h}{\pi d} \ln\left(\frac{D-d}{2h}\right) \right] \quad (4.5-8)$$

式(4.5-7)是一個 ω_0 超越方程,它的求解可編程用計算機進行數值解法,或用圖解法。

二、微帶諧振器上面討論的各種型式的微波諧振腔,幾乎都是由導體包圍的有諧振特性的腔體,因此稱為諧振腔。由微帶構成的具有諧振特性的元件,總有一部分未被導體包圍,未能構成腔體,所以稱為微帶諧振器。微帶諧振器有微帶線段諧振器、微帶環形諧振器和微帶盤形諧振器等形式。

1. $\lambda/2$ 和 $\lambda/4$ 微帶線諧振器

微帶是一種準TEM波傳輸線,因此和同軸線諧振腔相類似,一段兩端短路或開路的微帶線段可構成 $\lambda/2$ 諧振器;一段一端短路另一端開路的微帶段可構成 $\lambda/4$ 諧振器。它的諧振條件為:

$$l + 2\Delta l = n \frac{\lambda_g}{2}, (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (4.5-10)$$

式(4.5-10)中 l 是微帶導體條的長度, $\lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_e}}$ 為微帶內波長, ε_e 為有效介電常數。由式(4.5-10)可見,開路微帶邊緣電容的存在,是使微帶諧振器的實際長度縮短,而 l 的數值,用微帶傳輸線中計算邊緣電容的方法求出,其近似計算公式如下:

$$\Delta l = 0.412h \left(\frac{\varepsilon_e + 0.3}{\varepsilon_e - 0.258} \right) \left(\frac{W/h + 0.264}{W/h + 0.8} \right) \quad (4.5-11)$$

式中 W 和 h 分別導體帶寬度和介質層厚度。當 $2 \leq \varepsilon_e \leq 50, W/h \geq 0.2$ 時,上式的誤差不大於4%。類似地, $\lambda/4$ 微帶諧振器的諧振條件為

$$l + \Delta l = (2n-1) \frac{\lambda_g}{4}, (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (4.5-12)$$

2. 環形微帶諧振器

環形微帶諧振器是將微帶線的導體條做成閉合圓環構成的, b 為外環半徑, a 為內環半徑, $W = b - a$ 為導體條寬度。當微帶環的平均周長等於帶內波長的整數倍時,電磁波便能在帶內形成穩定的行波振盪。因此,諧振條件為

$$\pi(b+a) = n\lambda_g, (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (4.5-13)$$

式(4.5-13)中 $\lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_e}}$, λ_0 為真空中諧振波長。為了避免高次模的出現,應選擇環線的寬度滿足如下關係式:

$$\frac{b-a}{b+a} \leq 0.1 \quad (4.5-14)$$

三、重入式諧振腔

由於微波諧振腔具有很高的品質因數和良好的電磁屏蔽性，已廣泛應用於超高頻電子器件和固體器件中，如反射速調管、磁控管體效應及雪崩二極管等。在超高頻電子器件中，為了提高電子束與腔內電磁場相互作用的效率，研製了各種特殊形狀的諧振腔，重入式諧振腔就是其中一種。重入式諧振腔，按其形狀又稱為環形腔。為簡單起見，我們只討論具有矩形截面的諧振腔特性。腔中最低振盪模式的電場基本上集中間隙部分，而磁場基本集中與環形部分，因此可用準靜態法計算腔的諧振頻率。為此，可把它們等效為集中電容和集中電感，集中電感按恆定磁場計算

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu h}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \quad (4.5-15)$$

集中電容的計算，和電容加載同軸腔相似，看成是平板電容和邊緣電容之和，即

$$C = \frac{\epsilon \pi a^2}{d} \left(1 + \frac{4d}{\pi a} \ln \frac{b-a}{d}\right), \text{ 當 } h > b-a \text{ 時} \quad (4.5-16a)$$

$$C = \frac{\epsilon \pi a^2}{d} \left(1 + \frac{4d}{\pi a} \ln \frac{h}{d}\right), \text{ 當 } h < b-a \text{ 時} \quad (4.5-16b)$$

於是，重入式腔的諧振頻率由 $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ 確定，將(4.5-15)及式(4.5-16)代入，可得

$$f_0 = \frac{1}{2\pi a} \sqrt{\frac{2d}{\epsilon \mu h \left(1 + \frac{4d}{\pi a} \ln \frac{b-a}{d}\right) \ln \frac{b}{a}}}, h > b-a \quad (4.5-17a)$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi a} \sqrt{\frac{2d}{\epsilon \mu h \left(1 + \frac{4d}{\pi a} \ln \frac{h}{d}\right) \ln \frac{b}{a}}}, h < b-a \quad (4.5-17b)$$

4.6 微波諧振腔的微擾理論

當諧振腔的腔壁或腔內填充的介質有微小變化時，諧振腔的基本參量為及等也有相應的微小變化。如果這種變化對場分佈及原有的參數影響很小，就稱為“微擾”。對於這一問題的求解，一般是根據微擾前的已知解來近似地求出微擾後的解，而不必在新的條件下求解波動方程，這種求解方法稱為“微擾法”。本節主要討論腔壁及介質微擾對諧振腔諧振頻率的影響，或者說，是討論微擾前後腔內電磁能量的變化與諧振頻率變化之間的關係。

一、諧振腔微擾公式的推導

有一諧振腔，其體積為 V ，內填充空氣，設未受微擾前場強為 $\vec{E}_0$ 和 $\vec{H}_0$ ，諧振角頻率為 ω_0 。現有一微擾介質插入腔內，介質體積為 ΔV ，其特性用 μ 和 ϵ 表示。微擾後的場強為 $\vec{E}$ 和 $\vec{H}$ ，諧振角頻率為 ω 。顯然，微擾前後的場均應滿足麥氏方程，即對於微擾前的腔，其電磁場方程為：

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{H}_0 &= j \omega_0 \epsilon_0 \vec{E}_0 \\ \nabla \times \vec{E}_0 &= j \omega_0 \mu_0 \vec{H}_0 \end{aligned} \quad (4.6-1)$$

而微擾後的腔有

$$\nabla \times \vec{H} = j \omega \epsilon_0 \vec{E} \quad (\text{在 } \Delta V \text{ 外})$$

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\epsilon\vec{E} \quad (\text{在內}) \quad (4.6-2) \quad \Delta V$$

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu_0\vec{H} \quad (\text{在外}) \quad \Delta V$$

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H} \quad (\text{在內}) \quad (4.6-3) \quad \Delta V$$

用 $\vec{E}_0^*$ 點乘(4.6-2)式,可得

$$\vec{E}_0^* \cdot \nabla \times \vec{H} = -j\omega\epsilon_0 \vec{E}_0^* \cdot \vec{E} \quad (\text{在 } \Delta V \text{ 外}) \quad (4.6-4)$$

$$\vec{E}_0^* \cdot \nabla \times \vec{H} = -j\omega\epsilon \vec{E}_0^* \cdot \vec{E} \quad (\text{在內}) \quad \Delta V$$

用 $\vec{H}_0^*$ 點乘(4.6-3)式,可得

$$\vec{H}_0^* \cdot \nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu_0 \vec{H}_0^* \cdot \vec{H} \quad (\text{在 } \Delta V \text{ 外}) \quad (4.6-5)$$

$$\vec{H}_0^* \cdot \nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu \vec{H}_0^* \cdot \vec{H} \quad (\text{在內}) \quad \Delta V$$

同理,用 $\vec{E}$ 點乘 $\nabla \times \vec{H}_0^*$, 用 $\vec{H}$ 點乘 $\nabla \times \vec{E}_0^*$, 將 $[(\vec{E}_0^* \cdot \nabla \times \vec{H} + \vec{E} \cdot \nabla \times \vec{H}_0^*) - (\vec{H}_0^* \cdot \nabla \times \vec{E} + \vec{H} \cdot \nabla \times \vec{E}_0^*)]$ 對體

積 ΔV 積分,可得:

$$\begin{aligned} & \int_V [(\vec{E}_0^* \cdot \nabla \times \vec{H} + \vec{E} \cdot \nabla \times \vec{H}_0^*) - (\vec{H}_0^* \cdot \nabla \times \vec{E} + \vec{H} \cdot \nabla \times \vec{E}_0^*)] dV \\ &= \int_V [j\epsilon_0(\omega - \omega_0) \vec{E}_0^* \cdot \vec{E} + j\mu_0(\omega - \omega_0) \vec{H}_0^* \cdot \vec{H}] dV \\ &+ \int_{\Delta V} [j(\omega\epsilon - \omega\epsilon_0) \vec{E}_0^* \cdot \vec{E} + j(\omega\mu - \omega\mu_0) \vec{H}_0^* \cdot \vec{H}] dV \end{aligned} \quad (4.6-6)$$

(4.6-6)式化簡為

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega} = \frac{\int_V [(\epsilon - \epsilon_0) \vec{E}_0^* \cdot \vec{E} + (\mu - \mu_0) \vec{H}_0^* \cdot \vec{H}] dV}{\int_V [\epsilon_0 \vec{E}_0^* \cdot \vec{E} + \mu_0 \vec{H}_0^* \cdot \vec{H}] dV} \quad (4.6-8)$$

式(4.6-8)就是諧振腔微擾理論的基本公式。下面再分別對介質微擾及腔壁微擾作進一步的討論。

二、介質微擾

設放入空腔內微擾介質的體積 ΔV 很小,以致它對 ΔV 以外區域的場的影響可忽略不計。換句話說,近似地可以認為

在 ΔV 以外的區域,微擾前後的場相等。即

$$\vec{E} = \vec{E}_0, \vec{H} = \vec{H}_0 \quad (\text{在 } \Delta V \text{ 之外})$$

在近似條件下,(4.6-8)式右邊分母可化簡等於 $4W$, W 是諧振腔的全部儲能,於是(4.6-8)式簡化為

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega} \approx - \frac{\int_{\Delta V} [(\epsilon - \epsilon_0) \vec{E}_0^* \cdot \vec{E} + (\mu - \mu_0) \vec{H}_0^* \cdot \vec{H}] dV}{4W} \quad (4.6-10)$$

通常,如果微擾的介質是電介質,則應置於腔內電場最強的地方,在該處磁場最弱,因而磁場可忽略不計(即在 ΔV 內, $H_0 = 0$),如果微擾介質是磁性材料(磁介質),則應置於腔內磁場最強的地方,在該處電場可忽略不計(即在 ΔV 內,有 $H_0 = 0$)

三、腔壁微擾

假設在諧振腔腔壁處放入一體積很小介電常數為 $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ 、導磁係數 $\mu = \mu_0 \mu_r$ 的介質樣品,那麼它將如何影響諧振頻率呢?根據電磁場的邊界條件,我們知道,在空腔壁上(良導體)電場只有法向分量,而磁場只有切向分量,因此,電磁場通過微擾介質時,法向電通量密度應該連續,即 $\epsilon_0 \vec{E}_0 = \epsilon \vec{E}$,或 $\vec{E}_0 = \epsilon_r \vec{E}$,而按切向磁場強度連續的條件,有 $\vec{H}_0 = \vec{H}$,代入式(4.6-10),可得

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega} \approx - \frac{\int_{\Delta V} [\epsilon_0 \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r} |\vec{E}_0|^2 + \mu_0 (\mu_r - 1) |\vec{H}_0|^2] dV}{4W} \quad (4.6-16)$$

如果微擾的體積 ΔV 不是介質的體積,而是腔壁向裡凹進一個小體積(例如可用一個小銅棒從腔壁插入),則由於腔壁一般是良導體,在 ΔV 內,有 $\epsilon_r \rightarrow \infty, \mu_r \rightarrow \infty$,於是,由(4.6-16)式可得

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega} \approx - \frac{\int_{\Delta V} [\epsilon_0 |\vec{E}_0|^2 + \mu_0 |\vec{H}_0|^2] dV}{4W} \quad (4.6-17)$$

這就是諧振腔的腔壁微擾公式。值得提起注意的是,上述積分的微擾體積 ΔV ,是使諧振腔的固有體積減小,如果腔壁的微擾是向外(即微擾的結果是使腔的體積略有增加),則應冠以負號,因此,如果在諧振腔內電場佔優勢的區域,將腔壁內推一小體積 ΔV ,諧振頻率將降低,反之,若在同一地方將腔壁向外“拉出”一小體積 ΔV ,則諧振頻率將提高。同樣地,若在磁場佔優勢的區域,將內推一小體積 ΔV ,諧振頻率將升高,反之,將腔壁外推時,諧振頻率將降低。如果腔壁形變引起的電能和磁能的變化良相同,則諧振頻率將維持不變。

4.7 諧振腔的激勵和耦合

微波諧振腔必須與外電路相連接作為微波系統的一個部件才能工作,即它必須由外電路引進微波信號在腔中激勵起所需模式的電磁振盪;腔中的振盪必須通過電磁耦合才能將腔內的部分能量輸送到外界負載上去。由於微波元件大多數都具有互逆性,諧振腔的激勵和耦合結構及工作特性是完全一樣的,即一個元件用作激勵或耦合時其特性相同。兩者的差別只是波的傳播方向相反而已。對諧振腔的激勵(或耦合)元件的基本要求,是它必須保證能在腔中吉利起所需的振盪模式,而又能避免其他干擾模式的產生。諧振腔中某一振盪模式的建立,是通過激勵元件首先在腔中某一局部區域激勵起與所需模式相一致的電場或磁場分量,然後在由這一電場或磁場在整個腔中激勵起所需的振盪。根據激勵方式的不同;一般分為電耦合、磁耦合、繞射耦合和電子耦合四種。下面分別對它們作簡單的定性的介紹。

一、電耦合(探針耦合)

它是利用插入諧振腔壁孔的一個探針來實現的,即通過電場的作用來實現耦合,因此稱為電耦合。為激勵起腔中所需的振盪模式,要求探針軸線方向和腔中所需模式在該處的電力線方向一致。探針耦合常用於同軸傳輸線與諧振腔的耦合。這時探針即由同軸線內導體延伸至腔內所構成。

二、磁耦合

磁耦合是利用通過諧振腔壁的小孔而引入的耦合環實現的,因此也稱為環耦合。耦合環是通過磁場耦合以激勵腔中所需的振盪模式,因此耦合環平面的法線,應與腔中磁力線平行,或者說,腔中振盪模式的磁力線應穿過耦合環,才能實現所需的模式。耦合環也常用於同軸線與諧振腔的耦合,它由同軸的內導體在腔中延伸並彎曲成環狀,且的末端與腔壁要有良好的接觸,以保證高頻電流有閉合迴路。

三、繞射耦合(小孔耦合)

波導與諧振腔的耦合通常是採用小孔耦合方式,它是利用諧振腔與波導的公共壁上開小孔或槽孔來實現的,谷又稱小孔耦合。耦合孔位置的選擇,應使孔所在處腔中所需模式的電力線或磁力線(或者兩者兼而有之)與波導中傳輸波型在該處的同類力線相一致。因為這種耦合是利用電磁波的繞射特性來實現的,所以稱為繞射耦合。

採用孔耦合時,耦合的強弱和耦合孔的大小、形狀及孔的位置有關。而孔的形狀通常有小圓孔、橢圓孔等。

四、電子耦合

在微波電子管中，諧振腔中的電磁振盪是由管內的電子束激勵的，稱為電子耦合。在這種情況下，電子束先由直流高壓加速，隨後讓它通過諧振腔中電場集中的間隙，使它在腔壁上產生高頻感應電流並在腔中激發高頻場，當高頻場的相位能保證電子束通過間隙時為減束場，則電子束就把部分動能交給腔中的高頻場，從而使腔中的振盪增強，如此不斷地交換，便在腔中激勵起穩定的電磁振盪，從而實現了由直流電能向高頻能量的轉換。

五、利用耦合裝置避免干擾模的產生

前已指出，在諧振腔的設計中應盡量避免高次模的影響，這對腔體尺寸的選擇應盡量使高次模不出現外，還應合理設計耦合裝置，使乾擾模不被激勵或不被耦合輸出到負載中。解決的方法是：

- 1.選擇耦合元件的位置,使所需激勵或耦合輸出的模式的力線與乾擾模式的力線方向不同,從而使乾擾模式不能被激勵或耦合,或者對乾擾模來說,是很弱的耦合.
- 2.選擇耦合元件的位置,以使該處是腔內所需模式的場強為最大,而乾擾模式的場強為最小.