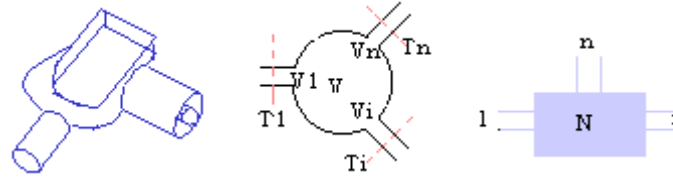


第五章微波網絡基礎

一、微波元件的研究方法

微波系統是由多種功能各異的微波元件組成的，而每種微波元件又由 i ($i=1,2,\dots$)根均勻傳輸線(如波導、同軸線、微帶和光纖等)和邊界條件不同於均勻傳輸線系統的不均勻區域或不連續性(如膜片、金屬桿和階梯等)組成的一種結構，如圖所示。



研究微波元件的方法有兩種，即“場”的方法和“路”的方法。所謂“場”的方法，是從麥氏方程組出發，解電磁場的邊值問題，求出微波元件內部任一點的場量，從而確定其外特性。所謂“路”的方法，就是把一個微波元件等效為一個網絡，這個網絡通常稱為微波網絡，如圖，並建立一組網絡參數，然後用電路理論和傳輸線理論分析該網絡各參考面上的電壓和電流或入射波和反射波電壓同網絡參數間的普遍關係，建立網絡方程，從而求得微波元件對傳輸波型的傳輸特性。

二、微波元件等效為微波網絡

由於傳輸線 1 與不均勻區 V 交界處的邊界形狀複雜，在不均勻區 V 的內部以及與其相鄰的各輸入傳輸線的區域 $V_1, V_2, \dots$ 中激起的電磁場也是很複雜的但總可用相應的主模波和高次模波的線性迭加來表示。可見任一複雜的微波元件，其內的電磁場可分為二區：一為參考面與不均勻區間的部分，稱為近區；另一為參考面以外的均勻傳輸線部分，稱為遠區。

三、微波網絡的分類

微波元件種類繁多，可從不同角度對微波網絡進行分類。但就網絡特性而論，可分為四類：

- (1) 線性微波網絡與非線性微波網絡
- (2) 互逆微波網絡與非互逆微波網絡
- (3) 有耗微波網絡與無耗微波網絡
- (4) 對稱微波網絡與非對稱微波網絡

5.2 微波傳輸線等效為雙線和不均勻區等效為網絡

一、微波传输线等效为双线

1. 均匀传输线中的等效电压和电流

为了将均匀波导传输线等效为双线，可以根据微波传输线中的传输的功率相等的原则，引入等效电压和等效电流的概念。等效电压和等效电流需作如下的规定：

- (1) 等效电压 $V(z)$ 和等效电流 $I(z)$ 分别正比于波导中的横向电场和横向磁场，即

$$\begin{aligned}\vec{E}_T(u, v, z) &= \vec{e}_T(u, v)V(z) \\ \vec{H}_T(u, v, z) &= \vec{h}_T(u, v)I(z)\end{aligned}\quad (5-1)$$

- (2) 等效电压和等效电流共轭乘积的实部等于双线的平均功率。通过微波传输线所传输的平均功率为

$$P_0 = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_V (\vec{E}_T \times \vec{H}_T^*) \cdot \vec{i}_z dS = \frac{1}{2} \operatorname{Re} (VI^*) \int_V (\vec{e}_T \times \vec{h}_T^*) \cdot \vec{i}_z dS \quad (5-2)$$

而双线中传输的平均功率为

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(VI^*) \quad (5-3)$$

比较式(5-2)和(5-3),应有如下的功率归一化条件:

$$\oint_S (\vec{e}_r \times \vec{h}_r^*) \cdot \vec{i}_n dS = 1 \quad (5-4)$$

(3) 等效电压和等效电流之比等于等效阻抗, 即

$$Z = \frac{V(z)}{I(z)} \quad (5-5)$$

2. 归一化等效电压和归一化等效电流

根据模拟圆图中的方法, 引入归一化等效阻抗, 即

$$\tilde{Z}(z) = \frac{Z(z)}{Z_0} = \frac{V(z)/\sqrt{Z_0}}{I(z)/\sqrt{Z_0}} = \frac{1 + \Gamma(z)}{1 - \Gamma(z)} \quad (5-6)$$

式中 Z_0 是色散波传输线中传输波型的特性阻抗. 这样, 由于反射系数 $\Gamma(z)$ 是可以测量的, 且其值是唯一的. 若令

$$\tilde{V}(z) = \frac{V(z)}{\sqrt{Z_0}}, \quad \tilde{I}(z) = I(z)\sqrt{Z_0} \quad (5-7)$$

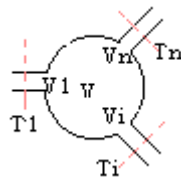
并分别称为归一化等效电压和归一化等效电流。

二、不均匀区等效为网络

1. 路与场的普遍关系式

考虑一个不均匀区域: 一个具有理想导体壁的 n 口波导结构, 除了 n 个端口外, 其余部分与外界没有场的联系, 如图所示. 若作一封闭面 S 将其包围起来, 并将 S 和各波导垂直相交的截面选作参考面, 且用 $T_1, T_2, \dots, T_n$ 表示. 则其结构内的电磁场应满足麦氏方程组

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{H} &= (j\omega\epsilon + \sigma)\vec{E} \\ \nabla \times \vec{E} &= -j\omega\mu\vec{H} \end{aligned}$$



利用恒等式 $\nabla \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B} \cdot \nabla \times \vec{A} - \vec{A} \cdot \nabla \times \vec{B}$, 可写出

$$\nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{H}^*) = -j\omega\mu |\vec{H}|^2 - (\sigma - j\omega\epsilon) |\vec{E}|^2 \quad (5-8)$$

根据散度定理, 及只需对全部参考面 $T_1, T_2, \dots, T_n$ 积分, 即

$$\begin{aligned} \int_V \nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{H}^*) dV &= \int_S (\vec{E} \times \vec{H}^*) \cdot \vec{n} dS = \int_{T_1+T_2+\dots+T_n} (\vec{E} \times \vec{H}^*) \cdot \vec{n} dS \\ &= j\omega \int_V (\epsilon |\vec{E}|^2 - \mu |\vec{H}|^2) dV - \int_V \sigma |\vec{E}|^2 dV \end{aligned}$$

計及電磁場能量關係,可得

$$\frac{1}{2} \int_{T_1+T_2+\dots+T_n} (\vec{E} \times \vec{H}^*) \cdot \vec{n} dS = 2j\omega(W_m - W_e) + P_i \quad (5-9)$$

因為參考面垂直於各自的波導軸線,有

$$(\vec{E} \times \vec{H}^*) \cdot \vec{n} dS = (\vec{E}_T \times \vec{H}_T^*) \cdot \vec{n} dS$$

這樣,可用橫向場來計算這個總功率,即

$$\frac{1}{2} \int_{T_1+T_2+\dots+T_n} (\vec{E} \times \vec{H}^*) \cdot \vec{n} dS = 2j\omega(W_m - W_e) + P \quad (5-10)$$

現在,在各參考面 $T_i (i=1, 2, \dots, n)$ 上分別引入等效電壓 $V(z)$ 和等效電流 $I(z)$, 使它們與相應參考面上的橫向場有如下關係:

$$\begin{aligned} \vec{E}_T &= \vec{e}_T(u_i, v_i) V_i(z_i) \\ \vec{H}_T &= \vec{h}_T(u_i, v_i) I_i(z_i) \end{aligned} \quad (5-11a)$$

若引入歸一化條件 (5-11b) 則有 $\int_{T_i} (\vec{e}_T \times \vec{h}_T^*) \cdot \vec{n} dS = 1$

$$\sum_i \left(\frac{1}{2} V_i I_i^* \right) = j2\omega(W_m - W_e) + P_i \quad (5-12)$$

2. 不均勻區等效為網絡

現在討論 n 端口不均勻區等效為 n 端口網絡的問題。為此,要用到下面兩個定理。

(1) 電磁場的唯一性定理任何一個被封閉曲麵包圍著的無源場,若給定了曲面上的切向磁場(或切向電場),則其內部區域中的電磁場是唯一確定的。

(2) 線性疊加原理對於線性媒質 (μ, ϵ 和 σ 均於場強無關), 麥克斯韋方程組是線性的。因此,場量滿足迭加的性質,即總場可以由各個部分迭加而成,對應到參考面上的電路量也有迭加性。現考慮圖所示的 n 端口微波波網絡。若該網絡除參考面 T_i 有等效電流 I_i 作用外,其餘各參考面的等效電流均為零,則根據唯一性原理有

$$V_j^{(i)} = Z_{ji} I_i \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (5-15)$$

若網絡的各個參考面上同時都有等效電流 $I_i (i=1, 2, \dots, n)$ 注入時,則根據疊加原理和式(5-15)可以寫出總電壓

$$V_j = \sum_{i=1}^n V_j^{(i)} = \sum_{i=1}^n Z_{ji} I_i \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (5-16)$$

類似地可以求出另一種形式的網絡方程:

$$I_j = \sum_{i=1}^n I_j^{(i)} = \sum_{i=1}^n Y_{ji} V_i \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (5-17)$$

將式(5-16)和(5-17)寫成矩陣形式,得

$$[V] = [Z][I] \quad (5-18)$$

$$[I] = [Y][V] \quad (5-19)$$

式中 $[V]$ 和 $[I]$ 為 n 階矩陣, $[Z]$ 和 $[Y]$ 為 $n \times n$ 階方陣,即

$$[V] = [V_1, V_2, \dots, V_n]^T \quad [I] = [I_1, I_2, \dots, I_n]^T$$

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \cdots & Z_{nn} \end{bmatrix} \quad [Y] = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix}$$

通常稱[Z]為阻抗矩陣,[Y]為導納矩陣。

3. 阻抗參量和導納參量的性質

(1) 無源線性網絡的[Z]和[Y]矩陣是對稱矩陣

若無源線性網絡內部的媒質是各向同性的，則[Z]和[Y]都是對稱矩陣，即

$$Z_{ij} = Z_{ji}$$

$$Y_{ij} = Y_{ji}$$

(2) 無源、線性、互易無耗網絡的Z參量和Y參量全為虛數

為了理論分析的普遍性起見，常把各端口的等效電壓和等效電流對個端口傳輸線的等效特性阻抗加以歸一化，並相應寫成：

$$\left. \begin{aligned} \tilde{V}_i &= \frac{V_i}{\sqrt{Z_{0i}}} \\ \tilde{I}_i &= I_i \cdot \sqrt{Z_{0i}} \end{aligned} \right\} \quad (5-27)$$

阻抗和導納參量也作相應的歸一化：

$$\left. \begin{aligned} \tilde{Z}_{ii} &= \frac{Z_{ii}}{Z_{0i}} \\ \tilde{Z}_{ij} &= \frac{Z_{ij}}{\sqrt{Z_{0i}Z_{0j}}} \\ \tilde{Y}_{ii} &= \frac{Y_{ii}}{Y_{0i}} \\ \tilde{Y}_{ij} &= \frac{Y_{ij}}{\sqrt{Y_{0i}Y_{0j}}} \end{aligned} \right\} \quad (5-28)$$

5.3 散射參量

在微波頻率下，通過選取網絡端口的電壓和電流而定義出來的阻抗參量都是難以測量的。因此，以入射波和反射波作為端口變量來分析微波網絡問題就更方便。而散射參量就是聯繫網絡端口上的入射波和反射波間關係的一組網絡參量。由於等效電壓和等效電流滿足傳輸線方程，因此，與雙線傳輸線類似，有

$$V_i = V_i^+ + V_i^-$$

$$I_i = \frac{V_i^+}{Z_{0i}} - \frac{V_i^-}{Z_{0i}}$$

式中 V_i 和 I_i 是網絡第*i*個端口參考面上的等效電壓和等效電流， Z_{0i} 是該端口的等效特性阻抗， V_i^+ 和 V_i^- 分別表示參考面上的入射波等效電壓和反射波等效電壓。若令

$$a_i = \frac{V_i^+}{\sqrt{Z_{0i}}}$$

$$b_i = \frac{V_i^-}{\sqrt{Z_{0i}}}$$

則歸一化等效電壓和等效電流有

$$\left. \begin{aligned} \tilde{V}_i &= a_i + b_i \\ \tilde{I}_i &= a_i - b_i \end{aligned} \right\} \begin{aligned} a_i &= \frac{1}{2}(\tilde{V}_i + \tilde{I}_i) \\ b_i &= \frac{1}{2}(\tilde{V}_i - \tilde{I}_i) \end{aligned}$$

則 (5-31)

將式 (5-29) 代入式 (5-31)，我們可寫出

$$\left. \begin{aligned} a_i &= \frac{1}{2} \left(\sum_{j=1}^n \tilde{Z}_{ij} \tilde{I}_j + \tilde{I}_i \right) = \frac{1}{2} \left(\sum_{j=1}^n \tilde{Z}_{ij} \tilde{I}_j + \sum_{j=1}^n \delta_{ij} \tilde{I}_j \right) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n (\tilde{Z}_{ij} + \delta_{ij}) \tilde{I}_j \\ b_i &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n (\tilde{Z}_{ij} - \delta_{ij}) \tilde{I}_j \end{aligned} \right\} \quad (5-32)$$

式中 δ_{ij} 為 δ 函數

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & (i = j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases}$$

用矩陣表示時，式 (5-32) 可寫成

$$\left. \begin{aligned} [a] &= \frac{1}{2} ([\tilde{Z}] + [1]) [\tilde{I}] \\ [b] &= \frac{1}{2} ([\tilde{Z}] - [1]) [\tilde{I}] \end{aligned} \right\} \quad (5-33)$$

可得

$$[b] = ([\tilde{Z}] - [1])([\tilde{Z}] + [1])^{-1} [a] \quad (5-34)$$

即 **[b]** 與 **[a]** 間存在線性關係，並寫作 $[b] = [S][a]$

式中 (5-36a) $[S] = ([\tilde{Z}] - [1])([\tilde{Z}] + [1])^{-1}$

而

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ S_{n1} & S_{n2} & \cdots & S_{nn} \end{bmatrix} \quad (5-36b)$$

稱為散射矩陣，其元素 S_{ij} 稱為 **n** 端口網絡的散射參量。其基本特性見左側鏈接

一、散射參量的物理意義

假設有一個 n 端口網絡除第 i 個端口接信號源外，其餘各端口均接匹配負載，即 $a_i \neq 0, a_k = 0 (k \neq i, k = 1, 2, \dots, n)$ ，由式(5-35)可得

$$S_{ii} = \left. \frac{b_i}{a_i} \right|_{a_1=0, a_k=0 (k \neq i, k=1, 2, \dots, n)} \quad (5-37a)$$

顯然， S_{ii} 就是 i 端口的電壓反射係數，即 $S_{ii} = \Gamma_i$ 。而

$$S_{ji} = \left. \frac{b_j}{a_i} \right|_{a_1=0, a_k=0 (k \neq i, k=1, 2, \dots, n)} \quad (5-37b)$$

即 S_{ji} 就是 i 端口的電壓傳輸係數。

二、互易特性

無源、線性、互易網絡的散射矩陣是對稱矩陣，它具有轉置不變性，即

$$[S] = [S]^T \text{ 或 } S_{ij} = S_{ji} \quad (5-38)$$

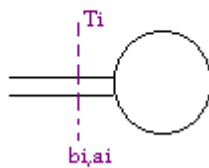
三、無耗特性

如果網絡無耗，則其對應的散射矩陣滿足酉矩陣條件，即

$$[S]^+ [S] = [1] \quad (5-41)$$

式中 $[S]^+ = [S^*]^T$ 是共軛轉置矩陣。

四、相移特性



設如圖5-5所示的 n 端口網絡，其第 i 端口的參考面 T_i 向外移一段距離 l_i 至 T'_i 處。根據傳輸線理論，若原參考面上的入射波歸一化電壓和反射波歸一化電壓分別為 a_i 和 b_i ，則新參考面上的相應量 a'_i 和 b'_i 與 a_i 和 b_i 相比，將分別超前與滯後一相位 $\theta_i = \beta l_i$ ，則

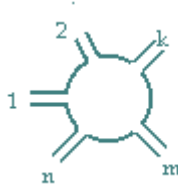
$$[b'] = [\text{diag exp}(-j\beta l)] [S] [\text{diag exp}(-j\beta l)] [a'] = [S'] [a']$$

$$\text{式中} \quad (5-46) \quad [S'] = [\text{diag exp}(-j\beta l)] [S] [\text{diag exp}(-j\beta l)]$$

這樣，為了分析的方便，可以根據需要選擇各端口參考面的位置，以使散射參量是純虛數、實數或複數。

5.4 n 端口網絡的簡化

一個n端口網絡若有一個端口、或兩個端口、...或n-1個端口接上已知負載，如圖所示，則這些端口對外界而言就不再有用。從而，原n端口網絡便分別變成n-1端口網絡、或n-2端口網絡，...或一端口網絡。



現在，我們來簡化網絡的等效散射參量。對於圖示，我們可寫出如下的散射方程：

$$b_i = \sum_{j=1}^n S_{ij} a_j \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (5-47)$$

當網絡的k端口接上一個反射係數為 Γ_k 的負載時，有 $a_k = \Gamma_k b_k$ ，將其代入式(5-47)，可寫出

$$b_k = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n S_{kj} a_j + S_{kk} \Gamma_k b_k \quad (5-48a)$$

$$b_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n S_{ij} a_j, \quad i = 1, 2, \dots, n, i \neq k \quad (5-48b)$$

由式(5-48a)解出 b_k ，並將其代入式(5-48b)中，可得

$$b_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n \left(S_{ij} + \frac{S_{ik} S_{kj} \Gamma_k}{1 - S_{kk} \Gamma_k} \right) a_j = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n S_{ij}^{[k]} a_j, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n, j \neq k \quad (5-49)$$

消去k端口後的簡化n-1端口的等效散射參量，為

$$S_{ij}^{[k]} = S_{ij} + \frac{S_{ik} S_{kj} \Gamma_k}{1 - S_{kk} \Gamma_k} \quad i, j = 1, 2, \dots, n, i, j \neq k \quad (5-50)$$

依此類推，當n端口網絡除一個端口外其餘的都分別接上反射係數為 $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_n$ 的負載時，其簡化一端口網絡的等效散射參量為

$$S_{ij}^{[2, \dots, n]} = S_{ij}^{[3, \dots, n]} + \frac{S_{i2}^{[3, \dots, n]} S_{2j}^{[3, \dots, n]} \Gamma_2}{1 - S_{22}^{[3, \dots, n]} \Gamma_2}, \quad i, j = 1 \quad (5-54)$$

5.5 微波系統的分析方法

在微波網絡分析及微波測量技術中，為了研究微波能量在系統中的輸出、輸入關係；確定負載反射係數如何影響在該系統中傳輸的信號的衰減與相移；尋求網絡參數的測量方法以及估算測量誤差等，都需要對整個系統進行分析與計算。分析的方法大致有：直接法、矩陣代數法、等效電源法和信號流圖法。

本節重點放在等效電源法以及信號流圖法，故直接法和矩陣代數法不多做介紹，請讀者參看有關書籍。

一、直接法

略

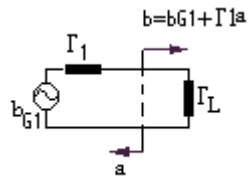
二、矩陣代數法

略

三、等效電源法

為了在微波電路中導出等效電源，讓我們先看一個電源與負載直接連接起來的最簡單的為波電路，如圖所示。顯然有

$$b = b_{G1} + \Gamma_{L2} \quad (5-76)$$



而對於與電源和負載相連接的二端口網絡來說，則有

$$\begin{aligned} b_1 &= S_{11}a_1 + S_{12}a_2 \\ b_2 &= S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \\ a_1 &= b_{G1} + \Gamma_1 b_1 \\ a_2 &= \Gamma_2 b_2 \end{aligned}$$

由此可解出

$$b_2 = \frac{S_{21}}{1 - \Gamma_1 S_{11}} b_{G1} + (S_{22} + \frac{\Gamma_1 S_{12} S_{21}}{1 - \Gamma_1 S_{11}}) a_2 \quad (5-77)$$

比較式 (5-76) 和 (5-77)，可以看出，為了將圖5-9(a)的等效電源電路，可以認為在端口2處有一個等效電源，其等效電源波電壓 $\hat{b}_{G2}$ 和等效反射係數 $\hat{\Gamma}_2$ 分別為

$$\begin{aligned} \hat{b}_{G2} &= \frac{S_{21}}{1 - \Gamma_1 S_{12}} b_{G1} \\ \hat{\Gamma}_2 &= S_{22} + \frac{\Gamma_1 S_{12} S_{21}}{1 - \Gamma_1 S_{11}} \end{aligned}$$

這樣，式(5-77)可改為

$$b_2 = \hat{b}_{G2} + \hat{\Gamma}_2 a_2 \quad (5-78)$$

由圖有

$$b_i = \hat{b}_{Gi} + \hat{\Gamma}_i a_i$$

對於整個網絡，有

$$[b] = [\hat{b}_G] + [\hat{\Gamma}][a] \quad (5-79)$$

對於圖5-7所示的n端口網絡，由式(5-67)和(5-68)，有

$$\begin{aligned} [b] &= ([1] - [S][\Gamma])^{-1} [S][b_G] \\ [a] &= [b_G] + [\Gamma]([1] - [S][\Gamma])^{-1} [S][b_G] \end{aligned}$$

於是，由式(5-79)，可得

$$\begin{aligned}
[\hat{b}_G] &= [b] - [\hat{\Gamma}][a] \\
&= ([1] - [S][\Gamma])^{-1}[S][b_G] - [\hat{\Gamma}]\{[b_G] + [\Gamma]([1] - [S][\Gamma])^{-1}[S][b_G]\} \\
&= ([1] - [\hat{\Gamma}][\Gamma])([1] - [S][\Gamma])^{-1}[S] - [\hat{\Gamma}][b_G] \\
&= [G][b_G] \quad (5-80)
\end{aligned}$$

式中

$$[G] = ([1] - [\hat{\Gamma}][\Gamma])([1] - [S][\Gamma])^{-1}[S] - [\hat{\Gamma}] \quad (5-81)$$

我們進一步討論式(5-80)它表示等效電源波電壓 $\hat{b}_G$ 同各端口上原來的電源波 b_G 間的相互關係。顯然，i端口的等效電源波 $\hat{b}_G$ 與該端口的原電源電壓波 b_G 無關，這就要求 $G_{ii} = 0$ 。於是，由式(5-82)可得

$$(1 - \hat{\Gamma}_i \Gamma_i) \frac{D_{(isi)}}{D} - \hat{\Gamma}_i = 0$$

即

$$\hat{\Gamma}_i = \frac{D_{(isi)}}{D + \Gamma_i D_{(isi)}} = \frac{D_{(isi)}}{D_{ii}} \quad (5-84)$$

而由式(5-80)，併計及式(5-82)和(5-83)，可得

$$\begin{aligned}
\hat{b}_G &= \sum_{j=1}^n G_{ij} b_{Gj} = \sum_{j=1}^n (1 - \hat{\Gamma}_i \Gamma_i) \frac{D_{(ij)}}{D} b_{Gj} \\
&= \sum_{j=1}^n \left(1 - \frac{D_{(isi)}}{D_{(ii)}} \Gamma_i\right) \frac{D_{(ij)}}{D} b_{Gj} \\
&= \sum_{j=1}^n \frac{D_{(ij)}}{D_{(ii)}} b_{Gj} \quad (5-85)
\end{aligned}$$

式(5-84)和(5-85)就是等效電源參數的計算公式。

四、信號流圖法

信號流圖法是求解線性方程組的圖解法，他用圖形（即信號流圖）表示信號在系統中的流通情況，描述線性方程中自變量和因變量之間的關係，直接寫出其解的方法。

1. 網絡信號流圖的的建立法則信號流圖的建立法則是：

- (1) 每個變量(信號) $a_1, a_2, \dots$ 和 $b_1, b_2, \dots$ 都用一個小圓圈表示，並稱為結點。
- (2) 每個散射參量和反射係數都用一條稱為支路的有向線段表示，箭頭表示信號流出的方向，支路係數表示信號流出的係數。
- (3) 結點信號流出的大小，等於該結點信號乘以它所經之路係數。
- (4) 結點上流入信號的總和等於該結點的信號。根據上述流圖的建立法則，我們可以一些散射參數方程用信號流圖表示，如圖5-13所示。

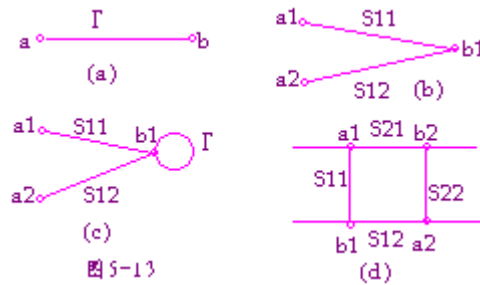


圖5-14給出幾種常用微波網絡元件及其對應的信號流圖。

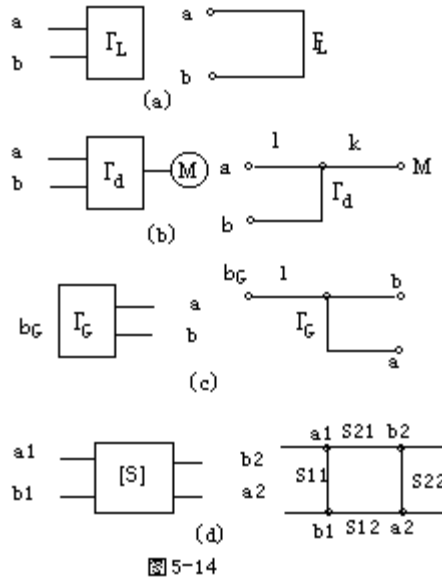


圖 5-14

2. 信號流圖的不接觸環法

不接觸環法可以把流圖中任意兩點的信號比較直接求解出來。先定義環和路兩個術語。

“路”：從一個結點順著箭頭方向（經過若干結點）到另一個結點的通路。

“環”：一條閉合的路叫做“一階環”，其環值就是這條閉和路之值；兩個互不接觸的一階環構成一個“二階環”，二階環之值等於兩個互不接觸環之值的乘積；餘類推。

有了路和環的概念後，我們就可以寫出“不接觸環法則”。設在信號流圖中任意兩個結點A和B的信號比為 T_{AB} ，則有

$$T_{AB} = \frac{B}{A} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{P_i \Delta_i}{\Delta} \quad (5-86)$$

式中 P_i 是由結點A到結點B的第i條路之值；

$$\Delta_i = 1 - \sum L(1)^i + \sum L(2)^i - \sum L(3)^i + \cdots$$

$$\Delta = 1 - \sum L(1) + \sum L(2) - \sum L(3) + \cdots$$

$\sum L(1), \sum L(2), \sum L(3), \cdots$ 分別是所有一階環、二階環、三階環、...之值之和；

$\sum L(1)^i, \sum L(2)^i, \sum L(3)^i \cdots$ 分別是所有不與路徑 P_i 相接觸的一階環、二階環、三階環、...之值之和。

3. 用化簡信號流圖求解

化簡流圖通常遵守若干基本規則，說明如下。

(1) 加法規則---若在兩個結點 X_i 和 X_0 間有n條同向並聯之路，則可合併為一，合併後的支路係數為原n條之路係數之和，如圖5-16所示。

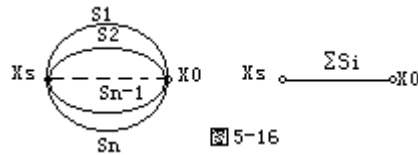


圖 5-16

因為

$$X_0 = S_1 X_s + S_2 X_s + \cdots + S_n X_s = X_s \sum_i S_i$$

所以規則成立。

(2) 乘法規則---若從某一結點 X_s 連續經過支路係數為 $S_1, S_2, \dots, S_n$ 的 n 條串聯支路而至結點 X_n , 則可消去公共結點, 使它們合併成一條支路, 其方向不變。如圖 5-17 所示。

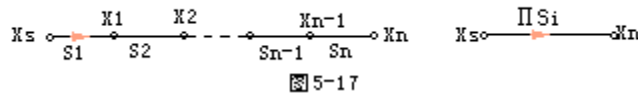


圖 5-17

因為

$$X_n = S_n X_{n-1}, X_{n-1} = S_{n-1} X_{n-2}, \dots, X_1 = S_1 X_s,$$

故得

$$X_s = S_1 S_2 \cdots S_n X_n = X_n \prod_{i=1}^n S_i$$

(3) 消自環規則---從一結點出發, 而又終止於自身的支路, 稱為自環。為消去係數為 S_{nn} 的自環, 需將進入該結點的各支路係數除以 $1 - S_{nn}$, 而離開該結點的支路係數不變, 如圖 5-18 所示。因為

$$X_4 = f X_3, X_3 = e X_3 + c X_1 + d X_2$$

由此可得

$$X_3 = \frac{c}{1-e} X_1 + \frac{d}{1-e} X_2$$

$$X_4 = \left(\frac{c}{1-e} X_1 + \frac{d}{1-e} X_2 \right) f$$

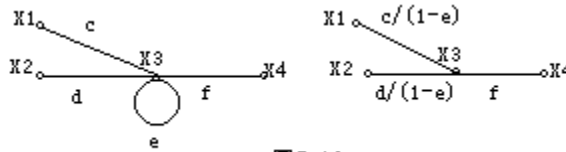


圖 5-18

(4) 結點分裂規則---一個結點可以分裂成幾個結點, 分裂後的流圖應保持原結點上的輸入、輸出組合, 如果原流圖在該結點處有一自環, 則每個分裂結點上也應保持該自環。圖 5-19 畫出這一規則化簡流圖的例子。

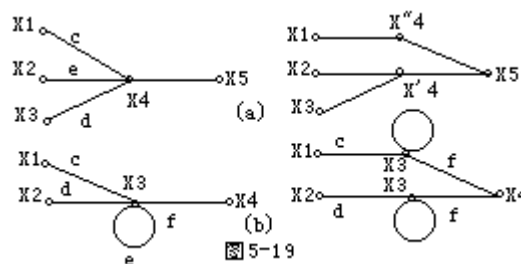


圖 5-19